

12. Роберт С. Каплан, Дейвид П. Нортон. *Стратегические карты. Трансформация нематериальных активов в материальные результаты*; пер. с англ. Москва: Олимп-бизнес, 2005. 512 с.

13. Хервиг Р. Фридаг, Шмидт В. *Сбалансированная система показателей*; пер. с нем. Москва: Омега – Л, 2006. 144 с.

Надійшла до редакції 26.09.2017 р.

**О.Ю. Івченкова, к.е.н.,
Ю.Д. Літвиненко**

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ОПТИМІЗАЦІЇ ФІНАНСУ- ВАННЯ ІНВЕСТИЦІЙНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ ПІДПРИЄМСТВ

Одним з ефективних, добре апробованих інструментів оптимізації інвестиційних процесів є математичне моделювання. Його застосування дозволяє визначати структурні та фінансові параметри інвестиційних процесів, що сприяють досягненню оптимальних значень критеріїв ефективності, й урахувувати елементи динаміки, ризику і нечіткості даних.

Питання застосування математичного моделювання для оптимізації процесів фінансування інвестиційних проектів розглядають Г. Хакс, Х. Вейнгартнер, Дж. Дін, Д. Новіков, В. Бурков, Е. Бронштейн, Т. Олійник, В. Богатирьов, С. Морозов, В. Царьков, О. Павлов, М. Михальов та ін.

Метою статті є обґрунтування вибору економіко-математичних моделей оптимізації фінансування інвестиційних проектів.

Підвищення обґрунтованості політики фінансування інвестицій компаній в умовах динамізму господарського середовища і фінансової нестабільності потребує уточнення принципів і розробки моделей оптимізації структури інвестиційного капіталу, орієнтованих на досягнення довгострокових цілей компанії. Значимість прийняття аргументованих і зважених рішень щодо формування структури джерел фінансування інвестиційної діяльності зумовлена багатовекторним впливом цього чинника на розвиток компанії: при неоптимальній структурі інвестованого капіталу компанії належить проходити свій життєвий цикл при більш високих вимогах до прибутковості, а отже, встановлювати більш жорсткі критерії відбору

© О.Ю. Івченкова,
Ю.Д. Літвиненко, 2017

інвестиційних проєктів, оскільки не будь-які привабливі потенційні напрями інвестування задовольнятимуть підвищені вимоги до прибутковості інвестованих коштів; при виникненні додаткових обмежень інвестиційних можливостей компанія не зможе бути потрібною мірою динамічною і маневреною. Завищені витрати на інвестиційний капітал служитимуть гальмом гнучкого і ефективного реагування на зміну умов ринкової кон'юнктури і підтримки конкурентоспроможності; незбалансованість структури інвестованого капіталу веде до продукування агентських конфліктів, протиріч інтересів власників і менеджменту.

Агентські конфлікти можуть проявлятися в опортуністичній поведінці менеджменту, трансформації його мотивації, прийнятті інвестиційних рішень, що призводять до реалізації неефективних і ризикованих інвестиційних проєктів. При занадто високій частці позикового капіталу трансформується ставлення до компанії стейкхолдерів, які можуть розпочати пошук інших варіантів співпраці, що загрожує погіршенням господарських взаємозв'язків, договірних умов, зниженням обсягів продажів, скороченням виручки, зменшенням потоків грошових коштів. Ключові концептуальні підходи до оптимізації структури джерел фінансування інвестицій в економічній літературі будуються на аналізі співвідношення власного і позикового капіталів підприємства, а також їх складових (прибутку, амортизації, емісії акцій, облігацій, банківського кредиту, комерційного кредиту, лізингу та ін.).

Традиційно в теорії та методиці фінансового аналізу зіставлення величин власного і позикового капіталів використовується як один із головних параметрів фінансової стійкості компанії. Цей напрям дослідження структури капіталу підприємства, досить глибоко теоретично опрацьований у вітчизняній і західній економічній науці, знайшов широке практичне застосування у прикладних методах оцінки фінансового стану підприємств. Він базується на даних фінансової звітності та відображає так званий бухгалтерський підхід до структури капіталу компаній. Проблема оптимізації структури капіталу в рамках даного підходу зводиться, як правило, до підтримки такого співвідношення власного і позикового капіталів компанії, при якому забезпечується досягнення індикативних значень відомих фінансових коефіцієнтів (фінансового левериджу, прибутку на акцію, рентабельності власного капіталу та ін.). Крім розрахунку традиційних фінансових коефіцієнтів, використовується також прийом визначення точок рівноваги, за допомогою

якого виробляють зіставлення альтернативних варіантів фінансування. Незважаючи на безсумнівну аналітичну значимість бухгалтерського підходу, він не може бути застосований для розв'язку задач оптимізації структури джерел фінансування інвестицій компанії, оскільки в основу оцінки ефективності цієї структури не можуть бути покладені показники минулої діяльності. На даній основі неможливо вибудувати політику фінансування інвестиційної діяльності, що відповідає її стратегічній меті, яка має полягати у зростанні інвестиційної вартості компанії. В економічній літературі цілі інвестиційної діяльності традиційно пов'язуються з отриманням чистого доходу від інвестиційних вкладень у рамках одного інвестиційного циклу.

Однак рух інвестицій у процесі інвестиційної діяльності підприємств має постійно повторюваний і поновлюваний характер, що формує основу для його аналізу в довгостроковій перспективі та обумовлює необхідність визначення перспективної мети інвестиційної діяльності компанії. Така мета, перш за все, підпорядкована пріоритетній стратегічній меті фінансової діяльності компанії в ринковій економіці – зростанню її вартості. З цих позицій перспективна мета інвестиційної діяльності компаній полягає в перевищенні доходів від інвестування над вкладеним інвестиційним капіталом, що в довгостроковому періоді забезпечить зростання чистого дисконтованого грошового доходу в умовах динамізму і невизначеності ринкового середовища. Оскільки чистий дисконтований грошовий дохід є найбільш точним вираженням інвестиційної вартості підприємства, перспективна мета інвестиційної діяльності підприємства постає як зростання його інвестиційної вартості. У зв'язку з цим засади вибору стратегії інвестиційної діяльності та фінансового розвитку підприємства формуються на концептуальній платформі іншого напрямку аналізу структури капіталу, представленого теоретичними дослідженнями структури капіталу фірми і пошуком оптимального співвідношення власного і позикового капіталів.

Аналіз основних підходів до оптимізації структури капіталу з урахуванням їх адаптації до проблеми формування оптимальної структури джерел фінансування інвестиційної діяльності підприємств дозволяє виокремити такі ключові положення:

структура інвестиційного капіталу компаній є основним стратегічним параметром й інструментом прийняття управлінських рішень, орієнтованих на підвищення ефективності політики фінансування інвестиційної діяльності компаній. Зниження частки позико-

вого капіталу фактично означає недовикористання потенційно більш дешевого, ніж власний капітал, джерела фінансування, оскільки у компанії формуються вищі витрати на інвестиційний капітал, що детермінує зростання вимог до прибутковості майбутніх інвестицій. У той же час при зростанні частки позикового капіталу зростає імовірність витрат банкрутства, збільшуються ризики неплатежу для інвестора, що також веде до підвищення вимог до прибутковості цього капіталу;

напрями еволюції теорій структури капіталу пов'язані з обґрунтуванням взаємозв'язку структури капіталу з ринковою вартістю компанії. Структура інвестиційного капіталу може мати випадковий характер або бути результатом цілеспрямованого вибору. Процес формування структури капіталу спрямований на встановлення заданого співвідношення власних і позикових коштів, що дозволяє забезпечити досягнення критерію її оптимізації. Сучасні теорії структури капіталу мають великий методичний інструментарій оптимізації цього показника, де основними критеріями виступають: прийнятний рівень ризику в діяльності підприємства; максимізація ринкової вартості підприємства; мінімізація середньозваженої вартості капіталу підприємства.

Слід відзначити, що вибір конкретного критерію оптимізації визначається підприємством самостійно. Відносно вирішення проблеми оптимізації структури джерел фінансування інвестиційної діяльності компанії таким критерієм, як зазначено вище, служить максимізація інвестиційної вартості підприємства. Максимізація досягається з урахуванням прийнятих ризиків і заданої прибутковості, яка визначається величиною середньозваженої вартості всіх використовуваних джерел фінансування. При цьому мінімізація середньозваженої вартості джерел капіталу, що інвестується, сама по собі не може виступити критерієм оптимальності їх структури. Як впливає з положень теорій структури капіталу, при такому підході капітал підприємства, що інвестується, має складатися виключно з позикового капіталу, вартість якого за інших рівних умов завжди менше акціонерного капіталу, проте це означає втрату фінансової стійкості й загрозу банкрутства компанії.

З позицій фінансово-інвестиційного підходу, що відтворює завдання зростання чистого дисконтованого доходу від реалізації інвестиційних проєктів й інвестиційної вартості підприємства, оптимізація структури джерел фінансування інвестиційної діяльності передбачає виявлення того співвідношення позикового і власного капіталів, яке веде до максимізації інвестиційної вартості даної ком-

панії. Реалізація фінансово-інвестиційного підходу передбачає обґрунтування комплексу складних управлінських рішень у частині структурування інвестиційних угод, вибору кращих фінансових інструментів, розробки схеми грошових надходжень і виплат різним типам інвесторів, регулювання інвестиційних ризиків, формулювання умов інвестиційних угод та договорів. Виходячи з цього фінансово-інвестиційний підхід до оптимізації структури джерел фінансування інвестиційної діяльності компанії має спиратися на такі принципи (див. рисунок):



Рисунок. Принципи оптимізації структури джерел фінансування інвестиційної діяльності компанії

урахування інтегрального впливу факторів зовнішнього і внутрішнього середовища й асиметричності інформації на структуру інвестованого капіталу компанії. Дані фактори можуть діяти різноспрямовано, результат їх впливу визначає можливе співвідношення рівнів прибутковості, ризику і ліквідності вкладення капіталу, що інвестується. Неоднозначні оцінки майбутнього рівня прибутковості, ризику, ліквідності, а отже, умов оптимізації структури джерел фінансування інвестиційної діяльності формуються також під впливом асиметричності інформації;

мінімізація витрат залучення капіталу, що інвестується. Процес отримання очікуваних грошових потоків інвесторами відстрочений у часі, що визначає необхідність приведення величин цих по-

токів до теперішнього часу з урахуванням альтернативної ставки доходу, що втрачається інвесторами. Ставка залучення позикових джерел фінансування інвестицій відображає мінімальну ставку прибутковості, необхідну кредиторам. Сукупні вимоги до прибутковості, пропоновані різними категоріями інвесторів, результуються в єдину ставку середньозважених витрат на капітал, що інвестується, з урахуванням частки позикових і власних коштів у сумі його витрат;

структурованість джерел інвестованого капіталу. Максимізація інвестиційної вартості компанії за інших рівних умов передбачає мінімізацію середньозваженої вартості всіх складових інвестованого капіталу. Для вирішення даного завдання необхідні точна ідентифікація всіх джерел фінансування інвестиційної діяльності, використання сучасних методів їх кількісної та якісної оцінки;

адекватність термінів залучення джерел фінансування інвестиційної діяльності цілям їх використання. Відповідно до одного з «золотих правил» інвестування інвестиційні вкладення мають відповідати джерелам їх фінансування за сумами та строками;

орієнтація на максимізацію інвестиційної вартості компанії як ключового критерію оптимізації структури інвестованого капіталу. Відповідно до цього принципу при оптимізації структури інвестованого капіталу слід виходити з можливостей максимізації величини інвестиційної вартості компанії, що виражає суму дисконтованого чистого грошового потоку вигід, очікуваних інвестором у результаті реалізації проекту. Реалізація даних принципів спрямована на оптимізацію структури джерел фінансування інвестиційної діяльності компанії виходячи з об'єднаного критерію «прибутковість - ризик - ліквідність». Для формування політики фінансування інвестиційної діяльності компанії в кожному конкретному випадку необхідно встановити область оптимальних значень структури інвестиційного капіталу. Пошук такої області пов'язаний з якісним і кількісним аналізом структури джерел фінансування інвестиційної діяльності.

Якісний аналіз передбачає виділення різних макро- і мікроекономічних чинників, які слід мати на увазі, розробляючи політику фінансування інвестиційної діяльності даної компанії. Цей вид аналізу потребує доповнення кількісними оцінками – фінансовими моделями, що дозволяють встановити розрахункове оптимальне співвідношення джерел фінансування інвестиційної діяльності компанії. Вихідним пунктом, що становить основу розробки моделі ін-

вестиційно-фінансового вибору оптимальної структури джерел фінансування інвестиційної діяльності підприємств, є обґрунтоване вище концептуальне положення про те, що критерієм оптимізації служить, перш за все, максимізація інвестиційної вартості компанії, яка досягається з урахуванням допустимих ризиків і необхідної прибутковості, заданої середньозваженої вартості всіх використовуваних джерел. Оскільки зростання інвестиційної вартості визначається тим, наскільки доходи, які її генерують, перевищують витрати щодо залучення інвестованого капіталу, середньозважена вартість усіх використовуваних джерел має бути мінімальною, при тому, що частка позикових джерел, вартість яких за інших рівних умов завжди менше вартості власного капіталу, не повинна бути вищою за частку власних джерел (для уникнення ризиків втрати фінансової стійкості та загрози банкрутства підприємства). Інвестиційна вартість підприємства характеризує, перш за все, його привабливість для інвестора, яка визначається перспективами прибутковості з урахуванням невизначеності та ризику. Її величина пов'язана із сумою дисконтованих потоків вільних грошових коштів, які інвестор очікує отримати в майбутньому. Тому доцільно дотримуватися думки тих учених і фахівців, які вважають, що базовим методом оцінки інвестиційної вартості є метод дисконтування грошових потоків. Відповідно до даного методу інвестиційна вартість компанії V_i визначається підсумовуванням дисконтованої вартості на фіксованому горизонті прогнозування та дисконтованої залишкової вартості:

$$V_i = \sum_{t=1}^n \frac{FCF_t}{(1+r)^t} + \frac{TV}{(1+r)^t},$$

де FCF_t – показник вільного грошового потоку в t -му році періоду розрахунку;

t – інтервал періоду розрахунку;

r – ставка дисконтування;

TV – залишкова вартість.

Для оцінки інвестиційної вартості підприємства використовується грошовий потік для інвестованого капіталу, оскільки він відображає рух грошових коштів, який є наслідком основної діяльності підприємства і доступний як власнику, так і інвесторам. Чистий грошовий потік для всього інвестованого капіталу є єдиним показником, який точно відображає справжні можливості підприєм-

ства щодо створення багатства. Він показує доходи компанії до сплати основних сум боргу і відсотків по ньому, не допускаючи викривлень, які можуть бути спричинені різними рівнями запозичення. Чистий грошовий потік для інвестованого капіталу FCF розраховується як різниця валового грошового потоку GCF і валових інвестицій GI :

$$FCF = GCF - GI .$$

Валовий грошовий потік визначається як сума прибутку від основної діяльності за вирахуванням податків $NOPLAT$ й амортизаційних відрахувань DA :

$$GCF = NOPLAT + DA .$$

Валові інвестиції являють собою суму капітальних вкладень KB і приросту власного оборотного капіталу COK :

$$GI = KB + COK .$$

Як ставки дисконтування при розрахунку за методом інвестованого капіталу можна використовувати середньозважені витрати на залучення джерел фінансування інвестицій $WACC$. Величина $WACC$, з одного боку, показує очікування інвесторів щодо перспектив розвитку конкретної компанії і тому задає критерій прибутковості інвестиційних вкладень, які формують майбутні потоки грошових коштів, а отже, інвестиційну вартість компанії; з іншого – характеризує тягар виконання вимог інвесторів як величину витрат на залучення капіталу, яка має бути обов'язково перекрита величиною генерованого прибутку. Досвід застосування різних методів розрахунку витрат на власний капітал у практиці оцінки інвестиційної вартості свідчить, що в принципі в цих цілях застосовуються різні моделі: модель оцінки капітальних активів $CAPM$ ($CapitalAssetPricingModel$), модель арбітражного ціноутворення APT (як багатofакторний аналог моделі оцінки довгострокових активів) й інші моделі, які спираються на фактичну статистику ринкових показників.

Проблема оцінки вартості позикового капіталу може бути вирішена на основі аналізу прибутковості позик до погашення з ура-

хуванням тієї обставини, що ризик кредитора складається з ймовірності коливання ставки прибутковості під впливом ринкових факторів та ймовірності відмови компанії-боржника від виплат або їх затримки. Така ймовірність може бути оцінена або виходячи з песимістичного сценарію зміни характеристик фінансового стану компанії-позичальника протягом терміну запозичення, або на основі встановлення її залежності від кредитного рейтингу позичальника.

У цілому модель інвестиційно-фінансового вибору оптимальної структури фінансування джерел фінансування інвестиційної діяльності підприємства може бути математично формалізована у вигляді двокритеріальної задачі: максимізації інвестиційної вартості підприємства і мінімізації ставки середньозважених витрат на капітал, що інвестується, з урахуванням допустимих ризиків і необхідної прибутковості. Дана задача розв'язується за методом лінійної згортки критеріїв, що дозволяє трансформувати двокритеріальну задачу в однокритеріальну з побудовою єдиної цільової функції. Остання розв'язується методами лінійного програмування з урахуванням заданих експертним способом коефіцієнтів переваги α_1 і α_2 , а також із використанням адитивних функцій для порівняльності критеріїв. У даному випадку коефіцієнти переваги мають ураховувати пріоритет максимізації інвестиційної вартості компанії. Порівняльність критеріїв досягається при розподілі величини інвестиційної вартості на величину інвестованого капіталу I_C .

Одержана величина відображає рентабельність інвестованого капіталу з урахуванням дисконтування. У результаті однокритеріальна задача представлена як

$$\left\{ \begin{array}{l} V_i = \sum_{t=1}^n \frac{FCF_t}{(1+WACC)^t} + \frac{TV}{(1+WACC)^t} \rightarrow \max; \\ WACC = \sum_i r_{ei} K e_i + \sum_j r_{dj} K d_j = \\ = \frac{\sum_{i=1}^n E_i K_i + \sum_{j=1}^m D_j K_j}{I_C} \rightarrow \min \end{array} \right.$$

при таких обмеженнях:

$$\sum_{i=1}^n E_i \geq 0; \quad \sum_{j=1}^m D_j \geq 0; \quad \sum_{i=1}^n E_i + \sum_{j=1}^m D_j = I_C;$$

$$\frac{\sum_{j=1}^m D_j}{\sum_{i=1}^n E_i} = \frac{r_d}{r_e} \leq 1; \quad r_d + r_e = 1,$$

де E_i – величина i -го джерела власного інвестиційного капіталу;

D_j – величина j -го джерела позикового інвестиційного капіталу;

$i = 1, 2, 3, \dots, n$ – кількість джерел власного інвестиційного капіталу;

$j = 1, 2, 3, \dots, m$ – кількість джерел позикового інвестиційного капіталу;

r_d – мінімальна ставка прибутковості позикового інвестиційного капіталу;

r_e – мінімальна ставка прибутковості власного інвестиційного капіталу.

Система рівнянь має бути розв'язана щодо $\frac{D}{E}$ або $\frac{r_d}{r_e}$, або з

урахуванням того, що інвестований капітал I_C дорівнює сумі всіх власних і позикових джерел, а частка власного і позикового капіталів становить одиницю щодо r_d або r_e .

Запропонована модель інвестиційно-фінансового вибору дозволяє забезпечити оптимізацію структури джерел фінансування інвестиційної діяльності стосовно конкретної компанії виходячи з максимізації її інвестиційної вартості та мінімізації середньозважених витрат на залучення інвестиційного капіталу. У цьому плані застосування моделі сприятиме підвищенню ефективності політики компанії у сфері фінансування інвестиційної діяльності.

Також розглянемо оптимізаційну математичну модель знаходження оптимальних параметрів фінансування декількох паралельних інвестиційних проектів, що враховує специфіку управління інвестиційними проектами в інноваційних структурах. Критеріями ефективності є чисті дисконтовані доходи всієї сукупності проектів і кожного проекту окремо. Розглянемо формалізовану постановку задачі.

Є N ($p = 1, \dots, N$) інвестиційних проектів, які здійснюватимуться за рахунок власного і позикового капіталів (кілька джерел фінансування). Виконання всіх або підгруп проектів може здійснюватися паралельно, початок і завершення кожного проекту вважається відомим (B_p – період початку p -го проекту, End_p – період

завершення p -го проекту). Необхідно підібрати оптимальну технологію фінансування цих проектів на інтервалі від початку першого проекту до завершення останнього (інтервал розбитий на кроки), яка забезпечувала б максимальну ефективність (чистий дисконтований грошовий дохід – ЧДД) сукупного проекту. У процесі побудови моделі вводиться ряд припущень:

1. При виконанні розрахунків розглядаються фінансові припливи і відпливи від операційної, інвестиційної та фінансової діяльності. Припливи враховуються зі знаком «+», відпливи – зі знаком «-». Усі потоки розглядаються на кінець кожного кроку, точною приведення є кінець нульового кроку. Розрахунки здійснюються без урахування інфляції в поточних цінах.

2. У розрахунках ураховуються:

податок на додану вартість (ПДВ);

податок на майно;

податок на прибуток;

пільги з податку на прибуток;

норми амортизації n_{am} $p, p = 1, \dots, N$ (проблеми повної амортизації активів і вироблення технічного ресурсу не розглядаються).

Урахування саме цих податків не є принциповим для моделювання, модель може бути налаштована і на іншу сукупність податків.

3. Для кожного проекту задані:

величина виручки без ПДВ;

балансова вартість основних виробничих фондів;

тривалість проектів (L p кроків для p -го проекту);

виробничі витрати;

припливи від інвестиційної діяльності;

капіталовкладення;

величина власного капіталу для кожного кроку проекту.

4. Як показник ефективності сукупного проекту і кожного окремого проекту розглядається ЧДД:

$$\text{ЧДД} = \sum_{i=0}^M \varphi_i \alpha_i^{t_0}(E),$$

де φ_i – сумарне сальдо потоків проекту на i -му кроці;

$$\alpha_i^{t_0} = \frac{1}{(1+E)^{t_i-t_0}} \text{ – коефіцієнт дисконтування на } i\text{-му кроці;}$$

t_i – кінець i -го кроку;

E – норма дисконту.

5. У процесі реалізації проектів можливе використання власного і позикового капіталів з H джерел фінансування (кредити беруться під проект, величина кредитів по кожному джерелу фінансування обмежена). Відсотки по кредитах нараховуються на кожному кроці, але до початку виробничого циклу проекту відсотки можуть не виплачуватися (капіталізуватися, додаватися до величини боргу). Вважається, що позики беруться на початку розрахункового кроку, а повернення боргу і виплата відсотків – у кінці.

6. Засоби чистого прибутку на деяких етапах реалізації проектів (резерви) можуть поміщатися в загальний додатковий фонд (депозит у банку під певний відсоток). Надалі (на наступних кроках реалізації проектів) кошти з додаткових фондів можуть використовуватися для погашення негативного сальдо проектів, проекти можуть фінансувати один одного.

Цільовою функцією моделі є сума чистих дисконтованих доходів усіх проектів. Чиста поточна вартість p -го проекту визначається як

$$ЧДД_p = \sum_{i=B_p}^{End_p} dp_{pi}.$$

Розглянемо обмеження моделі.

1. Сумарне сальдо в кожен період часу має бути невід'ємним, тому

$$\left(\sum_{j=1}^H \Delta_{pji} (1 - np) + [1 + d(1 - np)] \right) df_{pi} + y_{pi} + \\ + \sum_{j=1}^H (x_{pji} + \delta_{pji}) \geq -(vb_nds_{pi}(1 - np) + pz_{pi}(1 - np) + \\ + nal_im_{pi}(1 - np) + pr_{pi} + kvl_{pi} + \\ + np \cdot amort_{pi} + sob_kap_{pi}).$$

2. Сума боргу на кінець кожного проекту має дорівнювати нулю за всіма джерелами фінансування, тобто

$$vd_ksh_{pjEnd_p} = 0,$$

$$vd_ksh_{pjEnd_p} = vd_ksh_{pj(End_p-1)} + x_{pjEnd_p} + kap_{pjEnd_p} + \delta_{pjEnd_p}.$$

3. Величина капіталізованих відсотків у кожен період пошукової роботи невід'ємна:

$$\Delta_{pji} + \left[\left(\sum_{l=0}^{i-1} kap_{pjl} + \sum_{l=0}^i x_{pjl} + \sum_{l=0}^{i-1} \delta_{pjl} \right) st_j \right] \geq 0.$$

4. Позики і грошові потоки з додаткових фондів мають бути додатними величинами, а повернення боргу, виплачені відсотки, відплив у резервні фонди – від'ємними.

5. Позики в кожен період не повинні перевищувати максимального розміру кредиту по кожному джерелу фінансування:
 $x_{pij} \leq OF_j.$

6. Повернення боргу в кожен період не повинен бути більше суми позик у попередніх періодах по кожному джерелу фінансування:

$$\sum_{l=0}^i x_{pjl} + \delta_{pjl} \geq 0.$$

7. Позики і вкладення власного і залученого капіталу на кожному кроці не повинні перевищувати необхідних капіталовкладень:

$$\sum_{j=1}^H x_{pji} \leq -kvl_{pi} - sob_kap_{pi}.$$

8. Величина грошових коштів, що надходять із додаткових фондів, не повинна перевищувати відрахувань у додаткові фонди на попередніх кроках, при цьому має здійснюватися взаємне фінансування проектів:

$$\sum_{i=B_1}^l df_{li} + \sum_{i=B_1}^{l-1} y_{li} \leq 0, l=1, \dots, (B_2 - 1),$$

$$\sum_{i=B_1}^l df_{li} + \sum_{i=B_1}^{l-1} y_{li} + \sum_{i=B_2}^l df_{2i} + \sum_{i=B_2}^{l-1} y_{2i} \leq 0, l = B_2, \dots, (B_3 - 1),$$

$$\sum_{i=B_1}^{End_1} df_{li} + \sum_{i=B_1}^{End_1} y_{li} + \sum_{i=B_2}^l df_{2i} + \sum_{i=B_2}^{l-1} y_{2i} + \dots + \sum_{i=B_N}^l df_{Ni} + \sum_{i=B_2}^{l-1} y_{Ni} \leq 0, l = B_N, \dots, End_1,$$

$$\sum_{i=B_1}^{End_1} df_{li} + \sum_{i=B_1}^{End_1} y_{li} + \sum_{i=B_2}^{End_2} df_{2i} + \sum_{i=B_2}^{End_2} y_{2i} + \dots + \sum_{i=B_N}^l df_{Ni} + \sum_{i=B_2}^{l-1} y_{Ni} \leq 0, l = End_{N-1}, \dots, End_N.$$

Для додаткових фондів сумарні надходження грошових коштів за весь період планування мають дорівнювати сумарним відрахуванням

$$\sum_{p=1}^N \sum_{i=B_p}^{End_p} (df_{pi} + y_{pi}) = 0.$$

Величина відпливів у додаткові фонди на кожному кроці не перевищує чистого прибутку:

$$-y_{pi} \leq (1 - np)(vb_nds_{pi} + df_{pi}d + pz_{pi} + \sum_{j=1}^H \Delta_{pji} - amort_{pi} + nal_im_{pi}).$$

Одержана оптимізаційна модель має такий вигляд:

$$\sum_{p=1}^N \sum_{i=B_p}^{End_p} \left(\left(\sum_{j=1}^H (1-np)\Delta_{pji} + (1+d(1-np)) \right) df_{pi} + y_{pi} + \sum_{j=1}^H (x_{pji} + \delta_{pji})\alpha_i \right) \rightarrow \max$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^H (1-np)\Delta_{pji} + (1+d(1-np))df_{pi} + y_{pi} + \sum_{j=1}^H (x_{pji} + \delta_{pji}) \geq \\ - (vb_nds_{pi}(1-np) + pz_{pi}(1-np) + nal_im_{pi}(1-np) + \\ + pr_{pi} + kvl_{pi} + np \cdot amort_{pi} + sob_kap_{pi}), \quad i = B_p \dots End_p; p = 1 \dots N; \\ vd_ksh_{pj(End_p-1)} + x_{pjEnd_p} + kap_{pjEnd_p} + \delta_{pjEnd_p} = 0, \quad j = 1 \dots H; p = 1 \dots N; \\ \Delta_{pji} + \left(\left(\sum_{l=0}^i x_{pjil} + \sum_{l=0}^{i-1} kap_{pjil} + \sum_{l=0}^{i-1} \delta_{pjil} \right) st_j \right) \geq 0, \quad j = 1 \dots H, i = B_p \dots End_p; p = 1 \dots N; \\ \sum_{l=0}^i (x_{pjil}) + \delta_{pji} \geq 0, \quad j = 1 \dots H, \quad i = B_p \dots End_p; p = 1 \dots N; \\ \sum_{j=1}^H (x_{pji}) \leq -kvl_{pi} - sob_kap_{pi}, \quad j = 1 \dots H, i = B_p \dots End_p; p = 1 \dots N; \\ \sum_{i=B_1}^l df_{li} + \sum_{i=B_1}^{l-1} y_{li} \leq 0, \quad l = 1 \dots (B_2 - 1); \\ \sum_{i=B_1}^l df_{li} + \sum_{i=B_1}^{l-1} y_{li} + \sum_{i=B_2}^l df_{2i} + \sum_{i=B_2}^{l-1} y_{2i} \leq 0, \quad l = B_2 \dots (B_3 - 1); \\ \dots \\ \sum_{i=B_1}^{End_1} df_{li} + \sum_{i=B_1}^{End_1} y_{li} + \sum_{i=B_2}^l df_{2i} + \sum_{i=B_2}^{l-1} y_{2i} + \dots + \sum_{i=B_N}^l df_{Ni} + \sum_{i=B_N}^{l-1} y_{Ni} \leq 0, \quad l = B_N \dots End_1; \\ \dots \\ \sum_{i=B_1}^{End_1} df_{li} + \sum_{i=B_1}^{End_1} y_{li} + \sum_{i=B_2}^{End_2} df_{2i} + \sum_{i=B_2}^{End_2} y_{2i} + \dots + \sum_{i=B_N}^l df_{Ni} + \sum_{i=B_N}^{l-1} y_{Ni} \leq 0, \quad l = (End_{N-1} + 1) \dots End_N; \\ \sum_{p=1}^N \sum_{i=B_p}^{End_p} (df_{pi} + y_{pi}) = 0; \\ -y_{pi} - (1-np)ddf_{pi} - (1-np) \sum_{j=1}^H \Delta_{pji} \leq (1-np)(vb_nds_{pi} + pz_{pi} - amort_{pi} + nal_im_{pi}), \\ \quad i = B_p \dots End_p; p = 1 \dots N; \\ 0 \leq x_{pji} \leq OF_j, \quad j = 1 \dots H, i = B_p \dots End_p; p = 1 \dots N; \\ \delta_{pji} \leq 0, \quad j = 1 \dots H, i = B_p \dots End_p; p = 1 \dots N; \\ \Delta_{pji} \leq 0, \quad j = 1 \dots H, i = B_p \dots End_p; p = 1 \dots N; \\ df_{pi} \geq 0, \quad j = 1 \dots H, i = B_p \dots End_p; p = 1 \dots N; \\ y_{pi} \leq 0, \quad j = 1 \dots H, i = B_p \dots End_p; p = 1 \dots N. \end{array} \right.$$

Модель має вигляд задачі лінійного програмування, для розв'язку якої можна використовувати стандартний симплексний метод.

Висновки. Технології фінансування на детальному рівні описують використання власного капіталу, залучення позикових коштів із різних джерел фінансування й управління поверненням цих коштів, рух генерується в рамках реалізації проектів вільних грошових коштів. Застосування економіко-математичних моделей дозволяє підвищити ефективність управлінських рішень у сфері фінансування інвестиційних проектів.

Література

1. Kovalev V.V. *Metody otsenki investitsionnykh proektov* [Methods for evaluation of investment projects]. Moscow, Finansyistatistika Publ., 2000, 144 p.

2. Игонина Л.Л., Опрышко Е.Л. Современные тенденции формирования источников финансирования инвестиционной деятельности российских предприятий. *Финансовая аналитика: проблемы и решения*. 2011. № 25.

3. Богатырев В.Д., Морозова С.А. Модель и методика решения задачи оптимизации графика финансирования инвестиционного проекта на графах работ. *Управление большими системами*. 2011. № 34. С. 130–145.

4. Шелобаев С.И. *Математические методы и модели в экономике, финансах, бизнесе*. Москва: ЮНИТИ- ДАНА, 2001. 368 с.

5. Мошкова Т.А. Динамические модели оптимального отбора инвестиционных проектов. *Экономические науки*. 2011. № 77. С. 280–283. 20.

6. Павлов О.В. Выбор инвестиционного проекта из нескольких взаимоисключающих альтернатив. *Экономические науки*. 2009. № 9. С. 345–350.

7. Царьков В.А. Математическая модель инвестиционного проекта с заемным капиталом. *Финансовая аналитика: проблемы и решения*. 2014. № 32. С. 39–45.

8. Коритько Т. Ю. Оцінка інвестиційної активності промислових підприємств України. *Економічний вісник Донбасу*. 2016. №3 (45). С 141 - 146.

Надійшла до редакції 14.11.2017 р.